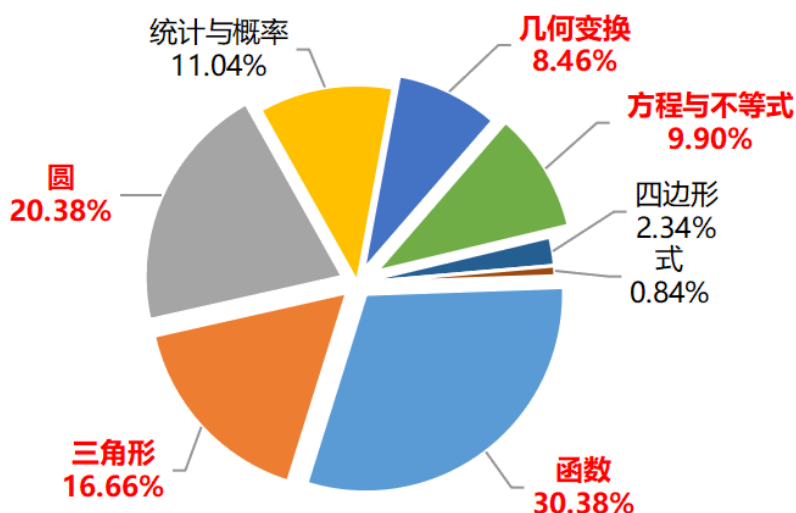


综合复习（一）

本模块《综合复习》属于人教版教材第二十一、二十二、二十三、二十四、二十七章的内容，是期末考试的重要考察点，重点包括一元二次方程、二次函数、旋转、圆、相似三角形五部分，需要学生在理解概念、性质的基础上进行灵活的运用。

本模块难度适中，适用于基础知识的巩固，本模块为综合复习一（一元二次方程与二次函数部分）、综合复习二（旋转、圆、相似三角形部分），加油站与讲义内容完全对照，帮助学生继续巩固薄弱点和易错点。

知己知彼



知识点	难度	考频
一元二次方程	★★★	中
二次函数	★★★★	高
旋转	★★★★	高
圆	★★★★	高
相似三角形	★★★★	高

一、一元二次方程

1. 一元二次方程的定义

一元二次方程

一元二次方程概念：只含有_____，并且未知数的最高次数是_____的_____方程，叫做一元二次方程。

一元二次方程的一般式：_____，_____为二次项系数；_____为一次项系数，_____为常数项。

一元二次方程的根：使方程左右两边_____的未知数的值就是这个一元二次方程的_____，一元二次方程的解也叫做一元二次方程的_____。

2. 一元二次方程解法

直接开方法

一般地，对于方程 $x^2 = p$

当 $p > 0$ 时，根据平方根的意义，方程有两个_____的实数根_____；

当 $p = 0$ 时，方程有两个_____的实数根_____；

当 $p < 0$ 时，因为对任意实数 x ，都有 $x^2 \geq 0$ ，所以方程_____。

配方法

解题步骤：①移项：把方程中含有未知数的项移到方程的_____边，常数项移到方程的_____边；

②二次项系数化为_____：根据等式的性质把二次项的系数化为_____；

③配方：把方程两边都加上一_____，使左边配成一个完全平方式；

④开平方：运用_____解方程。

公式法

一元二次方程 判别式

对于方程 $ax^2 + bx + c = 0$
(a, b, c 为常数且 $a \neq 0$)，
由配方法可得_____

当 $\Delta =$ _____，方程有_____个_____的实数根

当 $\Delta =$ _____，方程有_____个_____的实数根

当 $\Delta =$ _____，方程_____实数根

当_____时，方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的实数根可写为_____的形式，这个式子叫做一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的_____。

因式分解法

因式分解法的一般步骤：

- ①将方程化为一元二次方程的一般形式；
- ②把方程的左边分解为两个_____；
- ③令每个因式为___，得到两个一元一次方程；
- ④解这两个一元一次方程得原方程的解．

3. 根与系数的关系

当 $\Delta \geq 0$ ，方程的两个根 x_1, x_2 和系数 a, b, c 有如下关系：

_____．

栗子

1. 方程① $2x^2 - 9 = 0$ ② $\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} = 0$ ③ $xy + x^2$ ④ $7x + 6 = x^2$ ⑤ $ax^2 + bx + c = 0$ 中，一元二次方程的个数是 () .
A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个
2. 若关于 x 的一元二次方程为 $ax^2 + bx + 5 = 0 (a \neq 0)$ 的解是 $x = 1$ ，则 $2013 - a - b$ 的值是 () .
A. 2018 B. 2008 C. 2014 D. 2012
3. 把一元二次方程 $(1 - x)(2 - x) = 3 - x^2$ 化成一般形式 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 其中 a, b, c 分别为 () .
A. 2、3、-1 B. 2、-3、-1 C. 2、-3、1 D. 2、3、1
4. 若关于 x 的一元二次方程 $(m - 1)x^2 + 5x + m^2 - 3m + 2 = 0$ 的常数项为0，则 m 的值等于 () .
A. 1 B. 2 C. 1或2 D. 0
5. 已知 $x = -1$ 是一元二次方程 $ax^2 + bx - 10 = 0$ 的一个解，且 $a \neq -b$ ，则 $\frac{a^2 - b^2}{2a + 2b}$ 的值为 ____ .
6. 已知 a 是 $x^2 - 2009x + 1 = 0$ 的根，求 $a^2 - 2008a - \frac{a^2 + 1}{2009}$ 的值 .

7. 用公式法解方程 .

(1) $5x^2 - 7x + 2 = 0$.

(2) $2x^2 + 3x - 3 = 0$.

(3) $x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 = 0$.

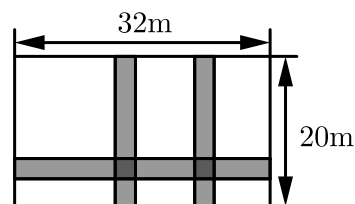
(4) $2x^2 + 3x + 4 = 0$.

8. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (m - 3)x - m = 0$,

(1) 求证 : 方程有两个不相等的实数根 .

(2) 如果方程的两实根为 x_1 、 x_2 , 且 $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 7$, 求 m 的值 .

9. 如图, 某小区计划在一块长为 32m , 宽为 20m 的矩形空地上修建三条同样宽的道路, 剩余的空地上种植草坪, 使草坪的面积为 570m^2 . 若设道路的宽为 $x\text{m}$, 则下面所列方程正确的是 () .



A. $(32 - 2x)(20 - x) = 570$

B. $32x + 2 \times 20x = 32 \times 20 - 570$

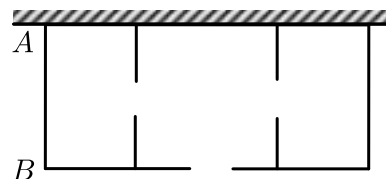
C. $(32 - x)(20 - x) = 32 \times 20 - 570$

D. $32x + 2 \times 20x - 2x^2 = 570$

10. 要组织一次排球邀请赛，参赛的每两个队都要比赛一场．根据场地和时间等条件，赛程计划安排7天，每天安排4场比赛，设比赛组织者应邀请 x 个队参赛，则 x 满足的关系式为（ ）．

A. $\frac{1}{2}x(x+1) = 28$ B. $\frac{1}{2}x(x-1) = 28$ C. $x(x+1) = 28$ D. $x(x-1) = 28$

11. 某建筑工程队在工地一边靠墙处，用81米长的铁栅栏围成三个相连的长方形仓库，仓库总面积为440平方米．为了方便取物，在各个仓库之间留出了1米宽的缺口作通道，在平行于墙的一边留下一个1米宽的缺口作小门，若设 $AB = x$ 米，则可列方程（ ）．



A. $x(81 - 4x) = 440$ B. $x(78 - 2x) = 440$ C. $x(84 - 2x) = 440$ D. $x(84 - 4x) = 440$

12. 某药品原价每盒25元，为了响应国家解决老百姓看病贵的号召，经过连续两次降价，现在售价每盒16元，则该药品平均每次降价的百分率是 _____ ．

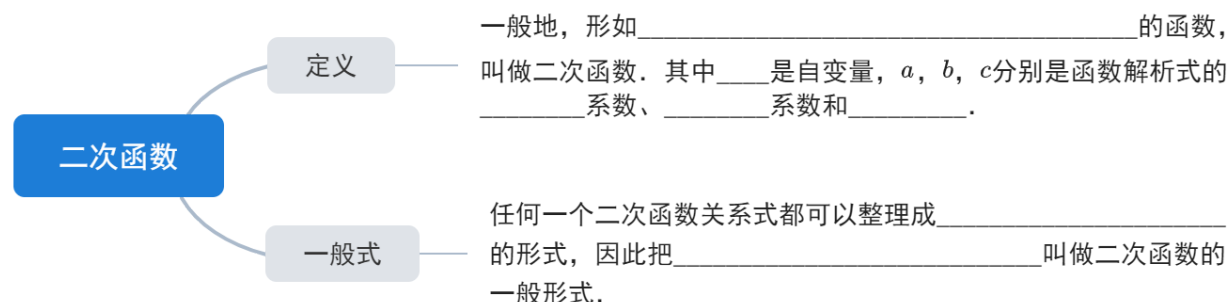
13. 利客来超市水果专柜张经理以每斤2元的价格购进富士苹果若干斤，然后以每斤4元的价格出售，每天可售出100斤，通过调查发现，这种水果每斤的售价每降低0.2元，每天可多售出40斤．为保证每天至少售出260斤，张阿姨决定降价销售．

（1）若将这种水果每斤的售价降低 x 元，则每天的销售量是 _____ 斤（用含 x 的代数式表示）．

（2）销售这种水果要想每天盈利300元，张阿姨需将每斤的售价降低多少元．

二、二次函数

1. 二次函数定义与性质



二次函数一般式：

$y = ax^2 + bx + c$		
a 的符号	$a > 0$	$a < 0$
开口方向	向_____	向_____
对称轴	$x = \underline{\hspace{2cm}}$	
顶点坐标	$\underline{\hspace{2cm}}$	
函数最值	有最__值_____	有最__值_____
	当定义域为全体实数时，函数的最小值或最大值是顶点__坐标的值	
增减性	当 $x < \underline{\hspace{1cm}}$ 时， y 随 x 的增大而_____	当 $x < \underline{\hspace{1cm}}$ 时， y 随 x 的增大而_____
	当 $x > \underline{\hspace{1cm}}$ 时， y 随 x 的增大而_____	当 $x > \underline{\hspace{1cm}}$ 时， y 随 x 的增大而_____
开口大小	$ a $ 越大，开口_____； $ a $ 越小，开口_____。 在对称轴右侧，沿着逆时针方向， a 的值逐渐_____。	

二次函数顶点式：

$y = \underline{\hspace{2cm}}$		
a 的符号	$a > 0$	$a < 0$
开口方向	向 $\underline{\hspace{1cm}}$	向 $\underline{\hspace{1cm}}$
对称轴	$x = \underline{\hspace{2cm}}$	
顶点坐标	$\underline{\hspace{2cm}}$	
函数最值	有最 $\underline{\hspace{1cm}}$ 值 $\underline{\hspace{1cm}}$	有最 $\underline{\hspace{1cm}}$ 值 $\underline{\hspace{1cm}}$
	当定义域为全体实数时，函数的最小值或最大值是顶点 $\underline{\hspace{1cm}}$ 坐标的值	
增减性	当 $x < \underline{\hspace{1cm}}$ 时， y 随 x 的增大而 $\underline{\hspace{1cm}}$	当 $x < \underline{\hspace{1cm}}$ 时， y 随 x 的增大而 $\underline{\hspace{1cm}}$
	当 $x > \underline{\hspace{1cm}}$ 时， y 随 x 的增大而 $\underline{\hspace{1cm}}$	当 $x > \underline{\hspace{1cm}}$ 时， y 随 x 的增大而 $\underline{\hspace{1cm}}$

二次函数交点式：

由此可得： $y = \underline{\hspace{2cm}}$ 也是表示二次函数的一种解析式，叫作 $\underline{\hspace{1cm}}$ ，其中 x_1, x_2 是方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两根，即二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 图象与 x 轴公共点的 $\underline{\hspace{1cm}}$ 坐标；对称轴为 $\underline{\hspace{2cm}}$

2. 二次函数图象变换

二次函数平移口诀： $\underline{\hspace{4cm}}$

	$y = ax^2 + bx + c$	$y = a(x - h)^2 + k$
上下平移 n 的单位的解析式	$\underline{\hspace{2cm}}$	$\underline{\hspace{2cm}}$
左右平移 m 的单位的解析式	$\underline{\hspace{2cm}}$	$\underline{\hspace{2cm}}$

二次函数关于坐标轴对称口诀： $\underline{\hspace{4cm}}$

	$y = ax^2 + bx + c$	$y = a(x - h)^2 + k$
关于 x 轴对称	$\underline{\hspace{2cm}}$	$\underline{\hspace{2cm}}$
关于 y 轴对称	$\underline{\hspace{2cm}}$	$\underline{\hspace{2cm}}$
关于原点对称	$\underline{\hspace{2cm}}$	$\underline{\hspace{2cm}}$



二次函数的特殊对称：

①关于顶点对称

$y = a(x - h)^2 + k$ 关于 x 轴对称后，开口大小_____，方向_____， a 变成____，顶点 (h, k) _____，所以新的解析式为_____。

②关于某点 (m, n) 对称

$y = a(x - h)^2 + k$ 关于原点对称后，开口大小_____，方向_____， a 变成____，把顶点 (h, k) 先关于 (m, n) 变成_____，所以新的解析式为_____。

③关于直线 $y = m$ 对称

$y = a(x - h)^2 + k$ 关于直线 $y = m$ 对称，开口大小_____，方向_____， a 变成____，把顶点 (h, k) 关于直线 $y = m$ 对称变成_____，所以新的解析式为_____。

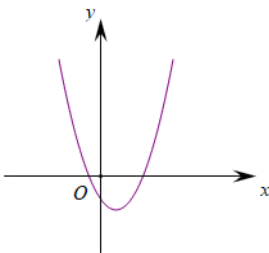
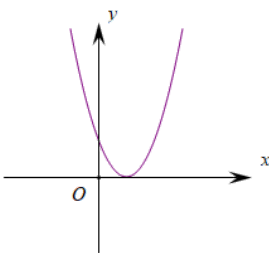
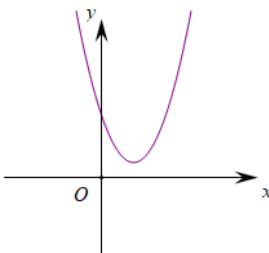
④关于直线 $x = n$ 对称

$y = a(x - h)^2 + k$ 关于直线 $x = n$ 对称，开口大小_____，方向_____， a 变成____，把顶点 (h, k) 关于直线 $x = n$ 对称变成 $(2n - h, k)$ ，所以新的解析式为_____。

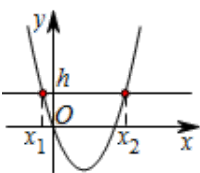
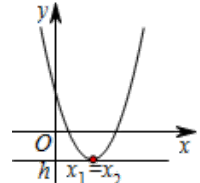
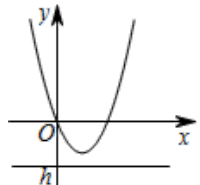
3. 二次函数与方程、不等式综合

①二次函数与 y 轴交点坐标：令_____，得_____，因此与 y 轴交点坐标为_____。

②二次函数与 x 轴交点坐标：令_____，得_____，因此方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的解可以看做函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象与 x 轴交点的_____，交点的个数决定方程解的个数。

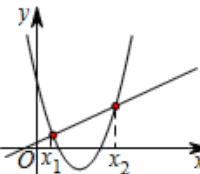
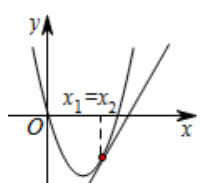
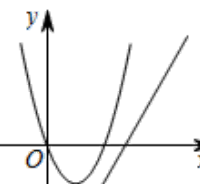
			
与 x 轴交点个数	_____	_____	_____
判别式	_____	_____	_____
根的情况	_____	_____	_____

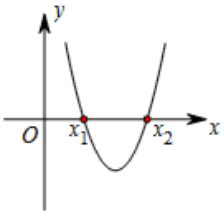
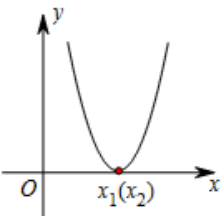
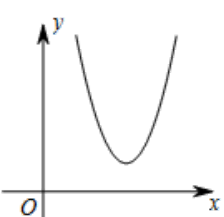
求抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与直线 $y = h$ 的交点：

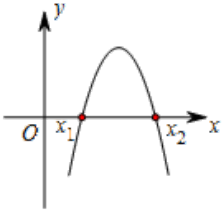
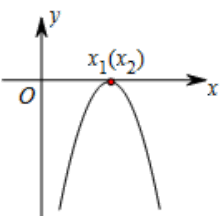
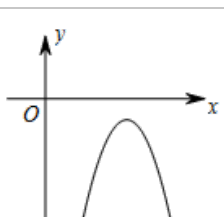
$ax^2 + bx + c - h = 0$ 的判别式 Δ	图象 (以 $a > 0$ 为例)	与直线 $y = h$ 的交点情况	一元二次方程根的情况
Δ _____		有 _____ 个交点	有 _____ 的实数根
Δ _____		有 _____ 个交点	有 _____ 的实数根
Δ _____		_____	_____ 实数根

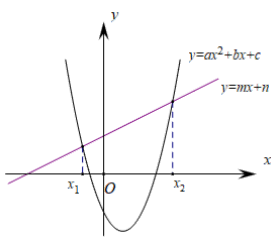
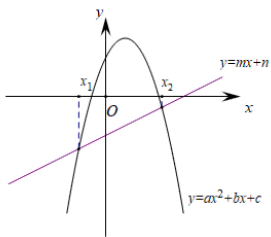
求二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 与一次函数 $y = mx + n$ 的交点：

联立两个函数解析式，整理可得 _____，方程的根即两个函数交点的横坐标；由方程根的情况，确定二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象与直线 $y = mx + n$ 位置关系

$ax^2 + (b - m)x + (c - n) = 0$ 的判别式 Δ	图象 (以 $a > 0$ 为例)	与直线 $y = mx + n$ 的交点情况	一元二次方程根的情况
Δ _____		有 _____ 个交点	有 _____ 的实数根
Δ _____		有 _____ 个交点	有 _____ 的实数根
Δ _____		_____	_____ 实数根

	图象	与 x 轴的交点情况	$ax^2 + bx + c > 0$ 的解集	$ax^2 + bx + c < 0$ 的解集
$a > 0$		有____个交点	_____	_____
		有____个交点	_____	_____
		____交点	_____	_____

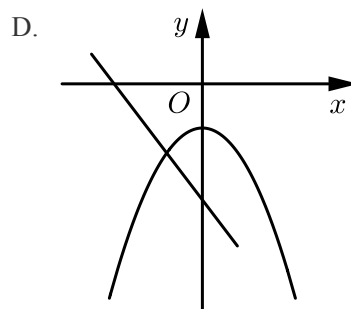
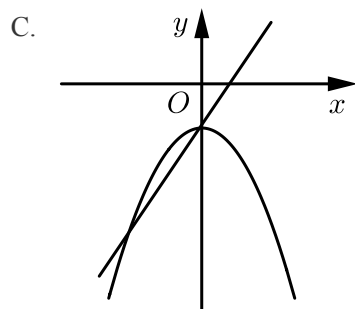
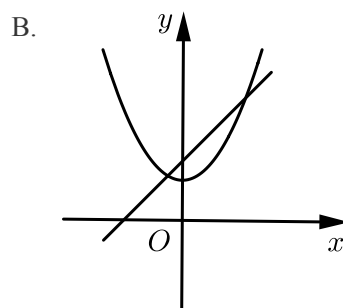
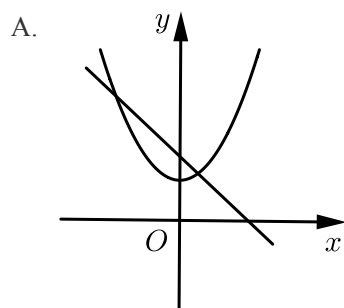
	图象	与 x 轴交点情况	$ax^2 + bx + c > 0$ 的解集	$ax^2 + bx + c < 0$ 的解集
$a < 0$		有____个交点	_____	_____
		有____个交点	_____	_____
		____交点	_____	_____

	图象	解集
$a > 0$		$ax^2 + bx + c > mx + n$ 的解集为_____
		$ax^2 + bx + c = mx + n$ 的解为 _____
		$ax^2 + bx + c < mx + n$ 的解集为_____
$a < 0$		$ax^2 + bx + c < mx + n$ 的解集为_____
		$ax^2 + bx + c = mx + n$ 的解为 _____
		$ax^2 + bx + c > mx + n$ 的解集为_____

栗子

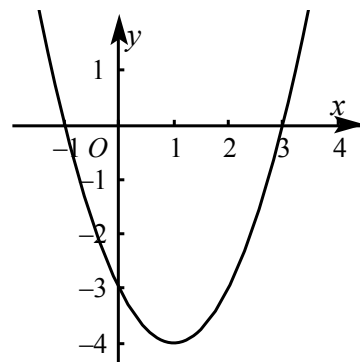
14. 如果函数 $y = (m+1)x^{m^2-m} + 2$ 是二次函数，那么 m 的值为_____。

15. 函数 $y = ax^2 + c$ 与 $y = -ax + c (a \neq 0)$ 在同一坐标系内的图象是图中的（ ）。



16. 二次函数 $y = -2(x+1)^2 - 4$ 的顶点坐标是 () .
A. (1,4) B. (-1,4) C. (-1,-4) D. (1,-4)
17. 已知二次函数 $y = -x^2 + 2x - 3$, 用配方法化为 $y = a(x-h)^2 + k$ 的形式为 ____ .
18. 若抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 与 x 轴只有一个交点 , 且过点 $A(m,n)$, $B(m-4,n)$, 则 n 的值为 () .
A. 0 B. 2 C. 4 D. 8
19. 若点 $A(1,y_1)$, $B(2,y_2)$ 在抛物线 $y = a(x+1)^2 + 2(a < 0)$ 上 , 则下列结论正确的是 () .
A. $2 > y_1 > y_2$ B. $2 > y_2 > y_1$ C. $y_1 > y_2 > 2$ D. $y_2 > y_1 > 2$
20. 下列关于二次函数 $y = -(x-m)^2 + m^2 + 1$ (m 为常数)的结论 : ①该函数的图象与函数 $y = -x^2$ 的图象形状相同 ; ②该函数的图象一定经过点(0,1) ; ③当 $x > 0$ 时 , y 随 x 的增大而减小 ; ④该函数的图象的顶点在函数 $y = x^2 + 1$ 的图象上 , 其中所有正确结论的序号是 ____ .
21. 求经过 $A(4,0)$, $B(-2,0)$, $C(0,3)$ 三点的抛物线解析式 .
22. 已知抛物线 l_1 的最高点为 $P(3,4)$, 且经过点 $A(0,1)$, 求 l_1 的解析式 .
23. 若二次函数的图象过 $(-3,0)$ 、 $(1,0)$ 、 $(0,-3)$ 三点 , 求这个二次函数的解析式 .
24. 二次函数 $y = x^2 - 2ax + 3$ (a 为常数) 在自变量 x 的值满足 $2 \leq x \leq 3$ 时 , 其对应的函数值 y 有最小值 $2a$, 则 a 的值为 () .
A. -3 B. 1 C. $\frac{7}{6}$ D. $\frac{3}{2}$

25. 二次函数 $y = x^2 - 2x - 3$ 的图象如图所示，当 $y < 0$ 时，自变量 x 的取值范围是（ ）。



- A. $-1 < x < 3$ B. $x < -1$ C. $x > 3$ D. $x < -1$ 或 $x > 3$

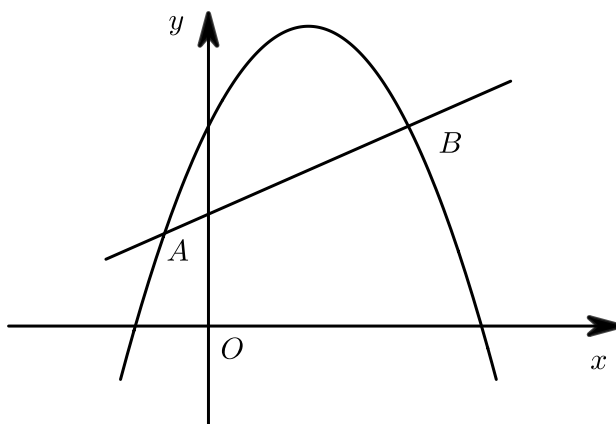
26. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 中的自变量 x 与函数值 y 的部分对应值如下表：

x	$\dots$	$-\frac{3}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	$\dots$
y	$\dots$	$-\frac{5}{4}$	-2	$-\frac{9}{4}$	-2	$-\frac{5}{4}$	0	$\frac{7}{4}$	$\dots$

则 $ax^2 + bx + c = 0$ 的解为 _____。

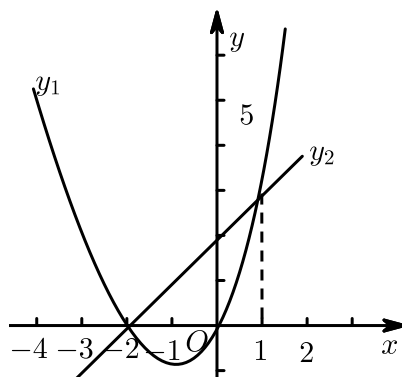
27. 已知关于 x 的函数 $y = (m-1)x^2 + 2x + \frac{1}{2}m$ 的图象与坐标轴有且只有 2 个交点，则 $m =$ _____。

28. 如图，直线 $y = mx + n$ 与抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 交于 $A(-1, p)$ ， $B(4, q)$ 两点，则关于 x 的不等式 $mx + n > ax^2 + bx + c$ 的解集是（ ）。

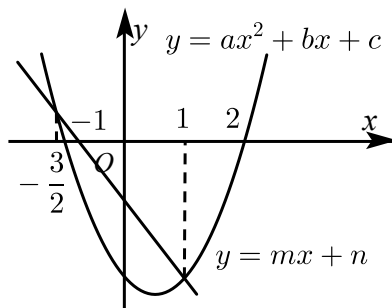


- A. $x < -1$ B. $x > 4$ C. $x < -1$ 或 $x > 4$ D. $-1 < x < 4$

29. 如图是二次函数 $y_1 = ax^2 + bx + c$ 和一次函数 $y_2 = mx + n$ 的图象，观察图象写出 $y_2 \geq y_1$ 时， x 的取值范围 _____ .



30. 已知直线 $y = mx + n$ 和抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 在同一坐标系中的位置如图所示，且抛物线与 x 轴交于点 $(-1, 0)$ 、 $(2, 0)$ ，抛物线与直线交点的横坐标为 1 和 $-\frac{3}{2}$ ，那么不等式 $mx + n < ax^2 + bx + c < 0$ 的解集是 () .



- A. $1 < x < 2$ B. $x < -\frac{3}{2}$ 或 $x > 1$ C. $-\frac{3}{2} < x < 2$ D. $-1 < x < 2$
31. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象经过 $(-3, 0)$ 与 $(1, 0)$ 两点，关于 x 的方程 $ax^2 + bx + c + m = 0 (m > 0)$ 有两个根，其中一个根是 3 。则关于 x 的方程 $ax^2 + bx + c + n = 0 (0 < n < m)$ 有两个整数根，这两个整数根是 () .
- A. -2 或 0 B. -4 或 2 C. -5 或 3 D. -6 或 4

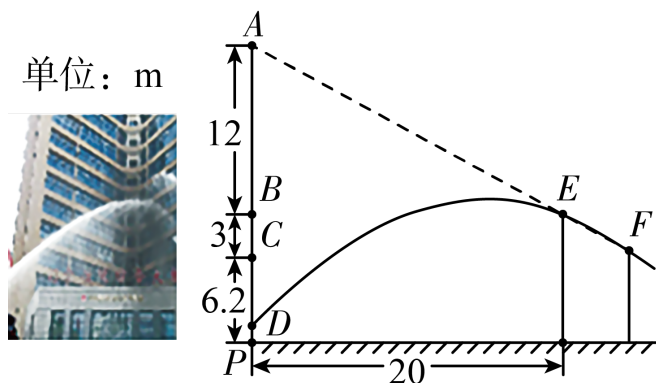
栗子

32. 在抛物线 $y = -3x^2$ 向右平移 2 个单位再向上平移 5 个单位得到抛物线解析式为 () .
- A. $y = -3(x - 2)^2 - 5$ B. $y = -3(x + 2)^2 - 5$ C. $y = -3(x + 2)^2 + 5$ D. $y = -3(x - 2)^2 + 5$
33. 把抛物线 $y = x^2 - 2x + 4$ 向左平移 2 个单位，再向下平移 6 个单位，所得抛物线的顶点坐标是 () .
- A. $(3, -3)$ B. $(3, 9)$ C. $(-1, -3)$ D. $(-1, 9)$

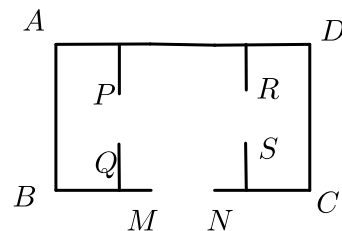
34. 抛物线 $y = 2(x - 3)^2 - 1$ 关于 x 轴对称的抛物线解析式为 _____ .
35. 已知抛物线 $y_1 = a(x - m)^2 + k$ 与 $y_2 = a(x + m)^2 + k$ ($m \neq 0$) 关于 y 轴对称, 我们称 y_1 与 y_2 互为“和谐抛物线”. 请写出抛物线 $y = -4x^2 + 6x + 7$ 的“和谐抛物线” _____ .
36. 将抛物线 $y = x^2 + 2x - 1$ 绕其顶点旋转 180° 后, 所得到的新的抛物线的解析式为 _____ .
37. 在平面直角坐标系中, 将抛物线 $y = x^2 + 2x + 3$ 绕着它与 y 轴的交点旋转 180° , 所得抛物线的解析式是 () .
- A. $y = -(x + 1)^2 + 2$ B. $y = -(x - 1)^2 + 4$ C. $y = -(x - 1)^2 + 2$ D. $y = -(x + 1)^2 + 4$

栗子

38. 两幢大楼的部分截面及相关数据如图, 小明在甲楼 A 处透过窗户 E 发现乙楼 F 处出现火灾, 此时 A, E, F 在同一直线上. 跑到一楼时, 消防员正在进行喷水灭火, 水流路线呈抛物线, 在 1.2m 高的 D 处喷出, 水流正好经过点 E, F . 若点 B 和点 E 、点 C 和点 F 的离地高度分别相同, 消防员将水流抛物线向上平移 0.4m , 再向左后退了 _____ m , 恰好把水喷到 F 处进行灭火.

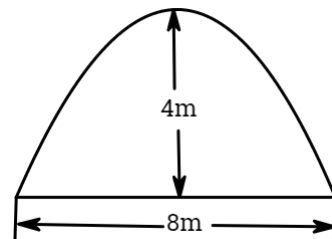


39. 一养鸡专业户计划用 116m 长的篱笆围成如图所示的三间长方形鸡舍, 门 MN 宽 2m , 门 PQ 和 RS 的宽都是 1m , 围成的鸡舍面积最大是 _____ 平方米.



40. 解答：

- (1) 一辆宽2米的货车要通过跨度为8米，拱高为4米的单行抛物线隧道（从正中通过），为保证安全，车顶左右两侧离隧道的垂直距离至少要0.5米，求货车的限高为多少？



- (2) 若将(1)中的单行道改为双行道，即货车必须从隧道中线的右侧通过，求货车的限高应是多少？

41. 超市销售某种儿童玩具，如果每件利润为40元(市场管理部门规定，该种玩具每件利润不能超过60元)，每天可售出50件。根据市场调查发现，销售单价每增加2元，每天销售量会减少1件。设销售单价增加 x 元，每天售出 y 件。

- (1) 请写出 y 与 x 之间的函数表达式。
- (2) 当 x 为多少时，超市每天销售这种玩具可获利润2250元？
- (3) 设超市每天销售这种玩具可获利 w 元，当 x 为多少时 w 最大，最大值是多少？